

6.0. True since  $A = QR = Q(Q^T A) = IA = A$ .  
Since  $Q$  is orthonormal.

P. True

$$10.a. \vec{x}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \vec{x}_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \vec{v}_1 &= \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \vec{v}_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} - \left( \frac{\begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}} \right) \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} - \left( \frac{8 + 5 + 2}{4 + 25 + 1} \right) \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} - \left( \frac{15}{30} \right) \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ -5/2 \\ 1/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3/2 \\ 3/2 \end{bmatrix} = \vec{v}_2 \end{aligned}$$

$$\text{or } \vec{v}_2 = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Check } \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix} = 12 - 15 + 3 = 0 \quad \checkmark$$

$$B = \left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix} \right\}$$

$$b. \vec{x}_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \vec{x}_2 = \begin{bmatrix} -5 \\ 9 \\ -9 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \vec{v}_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{v}_2 = \begin{bmatrix} -5 \\ 9 \\ -9 \\ 3 \end{bmatrix} - \left( \frac{\begin{bmatrix} -5 \\ 9 \\ -9 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}} \right) \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ 9 \\ -9 \\ 3 \end{bmatrix} - \left( \frac{-15 - 9 - 18 - 3}{9 + 1 + 4 + 1} \right) \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -5 \\ 9 \\ -9 \\ 3 \end{bmatrix} - \left( \frac{3}{18} \right) \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ 9 \\ -9 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1/3 \\ -1/6 \\ 1/3 \\ -1/6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -16/3 \\ 17/6 \\ -10/3 \\ 5/6 \end{bmatrix}$$

106 cont'd

check  $\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix} = 12 - 6 - 6 + 0 = 0 \quad \checkmark$

Basis  $\left\{ \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$

11.  $Q = \begin{bmatrix} 5/6 & -1/6 \\ 1/6 & 5/6 \\ -3/6 & 1/6 \\ 1/6 & 3/6 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 5 & 9 \\ 1 & 7 \\ -3 & -5 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

$$R = Q^T A = \begin{bmatrix} 5/6 & 1/6 & -3/6 & 1/6 \\ -1/6 & 5/6 & 1/6 & 3/6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 9 \\ 1 & 7 \\ -3 & -5 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 12 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$$

check  $QR = \begin{bmatrix} 5/6 & -1/6 \\ 1/6 & 5/6 \\ -3/6 & 1/6 \\ 1/6 & 3/6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 12 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} 9 \\ 7 \\ -5 \\ 5 \end{matrix} \quad \checkmark$